

О ТУРБУЛЕНТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ПОТОКА В ГЛАДКОСТЕННОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ АППАРАТЕ ПРИ ПЕРЕМЕШИВАНИИ

Эдуард А. Васильцов, Александр С. Майоров, Владимир Г. Ушаков

*Ленинградский институт химического машиностроения,
Ленинград, СССР*

Поступило в редакцию 15. декабря 1976

Исследованы характеристики турбулентности в гладкостенных аппаратах с мешалками. Рассмотрена периферийная зона аппарата, в которой реализуется безвихревое течение жидкости. Получено распределение турбулентного напряжения трения и интенсивности турбулентности в этой зоне. На основе гипотезы Кинни для вращательных потоков о переносе угловой скорости турбулентными пульсациями выведено выражение для длины пути смешения. Экспериментальная проверка полученных зависимостей проведена с помощью лазерного доплеровского измерителя скорости. Опытные данные показали удовлетворительное совпадение с расчетом. Зависимости, полученные в работе, могут быть использованы в инженерных расчетах.

Широкое использование аппаратов с перемеживающими устройствами в различных отраслях промышленности привело к многочисленным исследованиям, направленным на создание инженерных методов расчета этих аппаратов.

Гидродинамические расчеты сводятся в основном к определению профиля окружной скорости жидкости и мощности, потребляемой мешалкой. Изучению структуры турбулентности, которая оказывает существенное влияние на протекание различных технологических процессов, уделяется значительно меньшее внимание.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТ

В настоящей работе исследуются характеристики турбулентности в гладкостенных аппаратах с мешалками. Анализ проводится на основании следующих допущений, обычно используемых в гидродинамике перемешивания¹: 1. Течение предполагается плоским (окружная составляющая скорости несколько раз больше осевой и радиальной составляющих). 2. Профиль окружной скорости не меняется по высоте аппарата. 3. Толщина пограничного слоя на стенке и днище аппарата мала по сравнению с линейными размерами аппарата. 4. Распределение скоростей в пограничном слое не оказывает существенного влияния на характер распределения скорости в объеме аппарата.

В объеме аппарата отдельно рассматриваются центральная ($0 \leq r \leq r_0$) и периферийная ($r_0 \leq r \leq R$) зоны, отличающиеся характером передачи крутящего момента. В центральной зоне имеет место обмен моментом между слоями жидкости, между жидкостью и днищем, между жидкостью и лопастями мешалки.

Периферийная зона характеризуется обменом крутящего момента между слоями жидкости, между жидкостью и днищем, между жидкостью и цилиндрической стенкой аппарата.

Рассмотрим гидродинамику в периферийной зоне, для которой большинство исследователей принимают

$$v = vr_0 \cdot r_0/r. \quad (1)$$

В этой зоне справедливо следующее распределение турбулентного касательного трения²,

$$r^2\tau = R^2\tau_{cm}, \quad (2)$$

где

$$\tau = -\overline{\rho v'_\phi v'_r}. \quad (3)$$

В соответствии с принципом сохранения момента, крутящий момент, передаваемый мешалкой жидкости, должен уравновеситься моментом сопротивления, возникающим на стенках и днище аппарата при движении жидкости, то есть:

$$M_{kp} = M_{cm} + M_{дн}. \quad (4)$$

Крутящий момент определяется через мощность, потребляемую мешалкой, и ее угловую скорость

$$M_{kp} = N/\omega_0. \quad (5)$$

Для аппарата с мешалкой

$$N = K_N \rho n^3 d_M^5 = 0,129 K_N \rho \omega_0^3 r_0^5, \quad (6)$$

что позволяет записать

$$M_{kp} = 0,129 K_N \rho \omega_0^2 r_0^5. \quad (7)$$

Момент сопротивления на цилиндрической стенке аппарата равен

$$M_{cm} = \tau_{cm} R F_{cm} = 2\pi \tau_{cm} R^2 H. \quad (8)$$

Момент сопротивления на элементарном участке дна при вращательном движении жидкости равен

$$dM_{\text{дн}} = \tau_{\text{дн}} 2\pi r^2 dr. \quad (9)$$

Распределение напряжения трения на дне аппарата в периферийной зоне принимаем аналогично выражению (2):

$$r^2 \tau_{\text{дн}} = R^2 \tau_{\text{см}}. \quad (10)$$

Учитывая, что момент сопротивления центральной зоны дна значительно меньше суммарного момента сопротивления дна, распространим выражение (10) на центральную зону. Интегрируя выражение (9) с учетом (10) в пределах от 0 до R , получим момент сопротивления дна аппарата.

$$M_{\text{дн}} = 2\pi \tau_{\text{см}} R^3. \quad (11)$$

Подставляя выражения (7, 8, 11) в уравнение (4), получим величину касательного напряжения трения на стенке аппарата

$$\tau_{\text{см}} = 0,02 \rho K_N \omega_0^2 \cdot r_0^5 / R^3 \cdot \zeta, \quad (12)$$

где $\zeta = (H/R) + 1$ — для аппарата со свободной поверхностью жидкости; $\zeta = (H/R) + 2$ — для целиком заполненного аппарата.

Тогда распределение турбулентного касательного трения запишется в виде

$$\tau = 0,02 \rho K_N \frac{\omega_0^2 \cdot r_0^5}{R \zeta} \frac{1}{r^2}. \quad (13)$$

Выражения (1), (13) позволяют определить коэффициент турбулентной диффузии в предположении, что турбулентное число Шмидта равно единице^{3,4}:

$$D = \tau / \left(\frac{dv}{dr} - \frac{v}{r} \right) = 0,01 \rho K_N \frac{\omega_0^2 \cdot r_0^4}{\zeta R v_{r0}}. \quad (14)$$

Подставляя выражение (13) в уравнение (3) и учитывая, что

$$\overline{v'_\varphi v'_r} = -f \overline{v'^2_\varphi} \quad (15)$$

находим величину среднеквадратичной пульсации окружной скорости

$$\sqrt{v_{\varphi}^{\prime 2}} = 0,143 \sqrt{\left(\frac{K_N r_0}{fR\zeta}\right) \frac{\omega_0 r_0^2}{r}}. \quad (16)$$

Принимая во внимание безвихревой характер движения в периферийной зоне (1), получим интенсивность турбулентности в этой части аппарата

$$\varepsilon_v = \frac{\sqrt{v_{\varphi}^{\prime 2}}}{v} = 0,143 \sqrt{\left(\frac{K_N r_0}{fR\zeta}\right) \frac{\omega_0 r_0}{v_{r_0}}}. \quad (17)$$

Уравнение (17) позволяет определить степень турбулентности в аппарате по величине критерия мощности и значению окружной скорости жидкости на границе лопасти мешалки. Значение этих величин находится расчетным путем⁵.

Не останавливаясь на анализе методов определения длины пути смешения отметим, что ни гипотеза Прандтля для вращающихся потоков⁴ о переносе пульсационными составляющими скорости момента импульса, ни гипотеза Кармана³ о подобии плоских прямолинейных турбулентных потоков не могут быть применены в рассматриваемом случае, поскольку из первой вытекает равенство нулю турбулентных касательных напряжений в периферийной зоне, а из второй — независимость длины пути смешения от формы и скорости вращения перемешивающих устройств.

Наиболее целесообразным для целей настоящего анализа является гипотеза Кинни⁴, обобщившего гипотезу подобия Кармана на случай вращательных потоков. В соответствии с этой обобщенной гипотезой имеем

$$\left|\frac{v_{\varphi}'}{r}\right| = l \frac{d}{dr} \left(\frac{v}{r}\right). \quad (18)$$

Отметим, что в рассматриваемом случае переносимой величиной является не момент импульса, как это имеет место в теории Прандтля, а угловая скорость.

Используя выражение для профиля скорости в периферийной зоне (1) и уравнения (16) и (18), получаем

$$l = 0,286 \sqrt{\left(\frac{K_N r_0}{fR\zeta}\right) \frac{\omega_0 r_0}{2v_{r_0}}} r. \quad (19)$$

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Экспериментальная проверка полученных зависимостей была проведена на специально разработанном стенде с использованием лазерного доплеровского измерителя скорости⁶. Блок-схема прибора представлена на рис. 1. Пучок света от лазера 1, сфокусированный линзой 2, разделяется расщепителем 18 на два луча — опорный и отражательный. С помощью зеркал 3 и 17 оба луча пересекаются в одной точке, расположенной вблизи фокальной плоскости линзы 2. Опорный луч, пройдя через серый фильтр 4 и сосуд с исследуемой жидкостью 5, через диафрагмы 6 и 7 и красный фильтр 8, попадает на фотокатод фотоэлектронного умножителя (ФЭУ) 9.

В ту же точку фотокатода попадает рассеянный движущимися частицами свет второго луча, отличающийся от первого по частоте. В ФЭУ происходит выделение разностей частоты и преобразование светового сигнала в электрический. Измерение частотного спектра рабочего сигнала осуществляется при помощи анализатора спектра 11 и регистрируется на диаграммной ленте самописящего прибора 13. При помощи вспомогательного блока 12 время перестройки анализатора спектра может меняться в пределах 2 : 30 мин.

Зарегистрированный на ленте сигнал (рис. 2) представляет собой кривую распределения плотности вероятности для частоты доплеровского сдвига, соответствующую спектру скоростей в измеряемой точке в проекции на известное направление. Скорость жидкости связана с частотой доплеровского сдвига соотношением

$$v = v\lambda_0/2n_0 \sin(\theta/2). \quad (20)$$

Распределение плотности вероятности для скорости жидкости как и следовало ожидать², близко к нормальному (рис. 2). Вследствие этого, осредненной скорости жидкости соответствует частота доплеровского сдвига v_{\max} , а среднеквадратичной пульсации скорости — разность частот $\Delta v = v_{\max} - v_2 = v_3 - v_{\max}$ на уровне сигнала, равном 0,605.

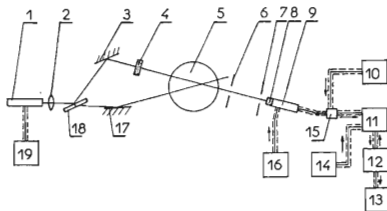


Рис. 1

Блок-схема лазерного измерителя скорости

1 лазер; 2 линза длиннофокусная; 3 и 17 зеркала; 4 фильтр серый; 5 сосуд; 6 и 7 диафрагмы; 8 фильтр красный; 9 фотоэлектронный умножитель ФЭУ-38; 10 генератор частоты ГЗ-7А; 11 анализатор спектра С4-8; 12 блок вспомогательный; 13 электронный потенциометр ЭПП-09; 14 блок питания анализатора спектра; 15 смеситель; 16 блок питания ФЭУ; 18 расщепитель, 19 блок питания лазера.

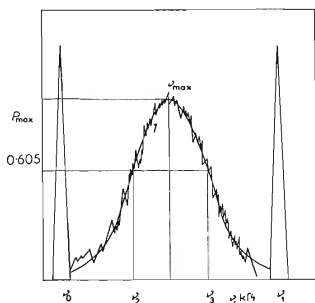


Рис. 2

Запись спектра доплеровских сигналов
1 нормальное распределение.

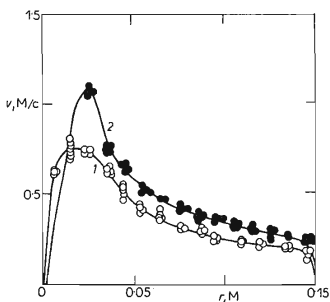


Рис. 3

Окружные скорости в аппарате с пропеллерной мешалкой ($d_M = 0,1$ м; $n = 400$ об/мин)

Расстояние между плоскостью замера и мешалкой: 1 105 мм; 2 17 мм.

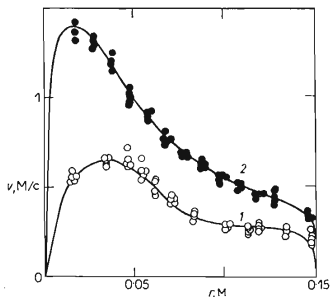


Рис. 4

Окружные скорости в аппарате с открытой турбинной мешалкой ($d_M = 0,1$ м; $n = 220$ об/мин)

Расстояние между плоскостью замера и мешалкой: 1 105 мм, 2 17 мм.

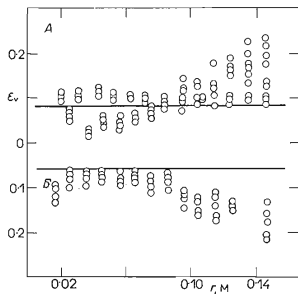


Рис. 5

Изменение интенсивности турбулентности по радиусу аппарата

A для аппарата с пропеллерной мешалкой ($d_M = 0,1$ м; $n = 400$ об/мин); B для аппарата с открытой турбинной мешалкой ($d_M = 0,1$ м; $n = 400$ об/мин).

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Профили тангенциальной составляющей осредненной скорости жидкости в аппарате диаметром 0,3 м приведены на рис. 3 для пропеллерной мешалки и на рис. 4 для открытой турбинной мешалки.

Заметна существенная разница в величине скорости жидкости около мешалки и вдали от нее. Однако, как показывают эксперименты, такое различие наблюдается только в зоне действия мешалки, а в остальном объеме аппарата величина тангенциальной составляющей скорости не меняется по высоте аппарата и намного превышает радиальную и аксиальную составляющие скорости^{7,8,11}. Таким образом допущения 1, 2, принятые при анализе, справедливы для всего объема аппарата, за исключением зоны действия мешалки.

Экспериментальные данные по интенсивности турбулентности и прямые, рассчитанные по уравнению (17), показаны на рис. 5. Заметен значительный разброс опытных данных и их отличие (около 50%) от расчетных значений. Несколько лучшее соответствие наблюдается между зависимостью (17) и опытными данными⁹ (рис. 6).

В работе⁸ измерены тангенциальные составляющие скорости и интенсивность турбулентности в аппарате с 8-лопастной мешалкой. Интенсивность турбулентности, так же как и осредненная скорость, не меняется по высоте аппарата, за исключением зоны действия мешалки. Показано, что интенсивность турбулентности постоянна по радиусу аппарата. К сожалению экспериментальные данные по радиальному распределению интенсивности турбулентности приведены лишь для плоскости, проходящей через мешалку. Вне зоны действия мешалки величина интенсивности турбулентности равна 0,06 ($R = 0,1$ м, $r_0 = 0,04$ м, $n = 1,2$ об/с), расчет по формуле (17) дает 0,065.

Разную степень достоверности предсказываемой величины можно объяснить тем, что в расчетах коэффициент корреляции принимался равным 1. В связи с этим интересно сравнить расчетные значения интенсивности турбулентности с опытными данными¹⁰. В этой работе определена интенсивность турбулентности и коэффициент корреляции для течения жидкости в аппаратах диаметром 0,29 м и 0,85 м с 2 лопастной мешалкой. Опытные и рассчитанные с учетом коэффициента корреляции значения интенсивности турбулентности приведены в табл. I. Совпадение теории с экспериментом можно считать вполне удовлетворительным.

Проведенные исследования дают основание утверждать, что интенсивность турбулентности в большей части аппарата с мешалкой является величиной постоянной и может быть с достаточной степенью точности определена по уравнению (17), а длина пути смещения по зависимости (19). Зависимости (17) и (19) с достаточной степенью точности могут быть использованы для инженерных расчетов.

Таблица I

Сравнение расчетных значений интенсивности турбулентности с данными¹⁰

R, m	H, m	r_0, m	$\omega_0, \text{рад/с}$	K_N	$v_{r_0}, \text{м/с}$	f	ε_{on}	ε_p	$\frac{\varepsilon_{on} - \varepsilon_p}{\varepsilon_{on}}$
0,425	0,73	0,15	11,4	0,535	0,884	0,182	0,204	0,171	0,166
0,145	0,25	0,05	8,39	1,06	0,194	0,613	0,173	0,145	0,104
0,145	0,25	0,05	13,9	0,73	0,322	0,481	0,163	0,137	0,159
0,145	0,25	0,05	25,1	0,56	0,582	0,440	0,148	0,124	0,162
0,145	0,25	0,05	42,0	0,50	0,970	0,568	0,123	0,106	0,138

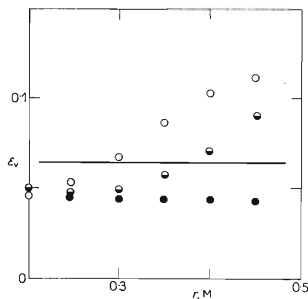


Рис. 6

Интенсивность турбулентности в аппарате с турбинной открытой мешалкой по данным ($d_M = 0,4 \text{ м}$; $n = 60 \text{ об/мин}$)

Расстояние между плоскостью замера и мешалкой: ○ 170 мм; ◐ 475 мм; ● 790 мм.

Обозначения

- D коэффициент турбулентной диффузии, кг/м с;
 d_M диаметр мешалки, м;
 $F_{ДН}$ площадь днища аппарата, м²;
 $F_{см}$ площадь цилиндрической стенки аппарата, м²;
 f коэффициент корреляции;
 H высота аппарата, м;
 K_N критерий мощности;
 l длина пути смешения, м;
 $M_{ДН}$ момент сил трения жидкости о днище аппарата, н.м;
 $M_{см}$ момент сил трения жидкости о стенки аппарата, н.м;
 $M_{кр}$ момент, приложенный к валу мешалки, н.м;
 N мощность, потребляемая мешалкой, Вт;
 n частота вращения вала мешалки, об/с;

n_0	коэффициент преломления жидкости;
p	вероятность;
R	радиус аппарата, м;
r	радиальная координата, м;
r_0	радиус мешалки, м;
v	окружная скорость жидкости, м/с;
v_{r_0}	скорость жидкости при $r = r_0$, м/с;
v'_φ	окружная составляющая пульсационной скорости, м/с;
v'_r	радиальная составляющая пульсационной скорости, м/с;
ε	интенсивность турбулентности;
θ	угол схождения лучей в лазерном измерителе скорости, рад;
λ_0	длина волны лазерного источника света, м;
ν	частота доплеровского сдвига, с^{-1} ;
$\nu_{c,1}$	контрольные частоты, с^{-1} ;
ρ	плотность, кг/м^3 ;
τ	турбулентное напряжение трения, н/м^2 ;
τ_{cm}	напряжение трения на стенке, н/м^2 ;
ω_0	угловая скорость мешалки, с^{-1} ;
(—)	осредненные величины.

Литература

1. Uhl V. W., Gray J. B.: *Mixing. Theory and Practice*, Vol. 1. Academic Press, New York 1966.
2. Бай Ши-И.: *Турбулентное течение жидкостей и газов*. Изд. Иностран. Лит., Москва 1962.
3. Лойцянский, Л. Г.: *Механика жидкости и газа*. Наука, Москва 1970.
4. Кинни М.: *Прикладная механика* № 2, 199 (1967).
5. Брагинский Л. Н.: *Теор. осн. хим. технол.* 1, (1967).
6. Васильцов Э. А., Докучаев Ю. Н., Шихорин В. М.: *Научные приборы* 3, 29 (1974).
7. Midzysina T.: *Kagaku Kogaku* 35, 471 (1971).
8. Sato U. Kamivano M., Yamamoto K.: *Kagaku Kogaku* 34, 104 (1970).
9. Thomaе H.: *Chem.-Ing.-Tech.* 42, 317 (1970).
10. Yamamoto K., Kavahigasi D.: *Kagaku Kogaku* 20, 685 (1965).
11. Hoffmeister M., Helmstädt E.: *Beiträge zur Theoretischen und Experimentellen Untersuchung der Turbulenz*. Akademie-Verlag, Berlin 1976.